APPENDICE 6

TRASFORMAZIONI DEL NUCLEO

Se $D\left(\begin{matrix}Q\\R\end{matrix}\middle|\,\tau\right) = I(Q)$ è soluzione della 3) del testo relativa al valore caratteristico $\tau = k$, i due membri di questa possono essere moltiplicati per un nucleo arbitrario $A(S,Q)$ integrabile in σ e per k ottenendo:

$$\tau\int_\sigma A(S,Q)\cdot I(Q)d\sigma_Q = \tau\int_\sigma A(S,Q)\cdot\,\tau\int_\sigma N(Q,P)\cdot I(P)d\sigma_P d\sigma_Q$$

ed aggiungendo la stessa 3) nella forma:

$$I(S)=\tau\int_\sigma N(S,P)\cdot I(P)\,d\sigma_P \tag{1}$$

si ottiene:

$$I(S)=\tau\int_\sigma N(S,P)\cdot I(P)\,d\sigma_P+\tau\int_\sigma A(S,Q)\cdot I(Q)d\sigma_Q-\tau\int_\sigma A(S,Q)\cdot\,\tau\int_\sigma N(Q,P)\cdot I(P)d\sigma_P d\sigma_Q$$

e con successive trasformazioni lecite:

$$I(S)=\tau\int_\sigma N(S,P)\cdot I(P)\,d\sigma_P+\tau\int_\sigma A(S,P)\cdot I(P)d\sigma_P-\tau\int_\sigma A(S,Q)\cdot\,\tau\int_\sigma N(Q,P)d\sigma_Q\cdot I(P)d\sigma_P$$

$$I(S)=\tau\int_\sigma N(S,P)\cdot I(P)\,d\sigma_P+\tau\int_\sigma A(S,P)\cdot I(P)d\sigma_P-\tau\int_\sigma\,\tau\int_\sigma A(S,Q)\cdot N(Q,P)d\sigma_Q\cdot I(P)d\sigma_P$$

$$I(S)= \tau \int_\sigma \left[N(S,P) + A(S,P) - \tau \int_\sigma A(S,Q)\cdot N(Q,P)\,d\sigma_Q \right] I(P)\,d\sigma_P \qquad 2)$$

Chiamando $\underline{N}(S,P)$ il nucleo largamente arbitrario contenuto nella parentesi quadra si giunge all'equazione:

$$I(S)= \tau \int_\sigma \underline{N}(S,P) \cdot I(P)\, d\sigma_P \qquad 3)$$

Il contenuto della parentesi quadra della formula 2), invertendo A(S,Q) e N(Q,P) si può, scrivere:

$$\underline{N}(S,P) = N(S,P) + A(S,P) - \tau \int_\sigma N(Q,P)\cdot A(S,Q)\,d\sigma_Q \qquad 4)$$

Se $A(S,P) = D\left(\begin{matrix}S\\P\end{matrix}\middle|\,\tau\right) = I(S)$ è soluzione dell'equazione omogenea associata alla 1),

gli addendi $A(S,P) - \tau \int_\sigma N(Q,P)\cdot A(S,Q)\,d\sigma_Q$ danno complessivamente zero e la 3) diventa

$$I(S)= \tau \int_\sigma N(P,S) \cdot I(P)\, d\sigma_P \qquad 5)$$

Si ottiene così una forma del nucleo dipendente dalle soluzioni dell'equazione di partenza che va a coincidere con il nucleo originario in corrispondenza alle soluzioni stesse.